Solvency II 框架下准备金风险及其随机模拟方法

刘乐平　高磊　杨娜

天津财经大学统计系

2013 年 4 月 16 日

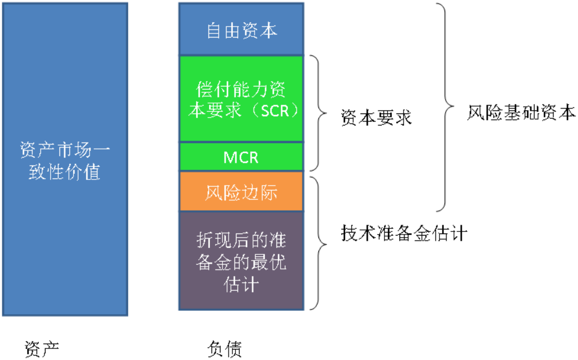
Contents

Contents

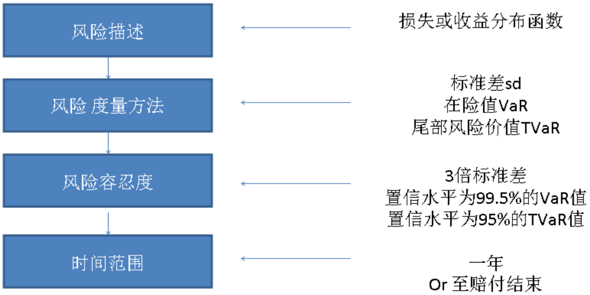
Contents

Content

Solvency II 下资产负债管理概览



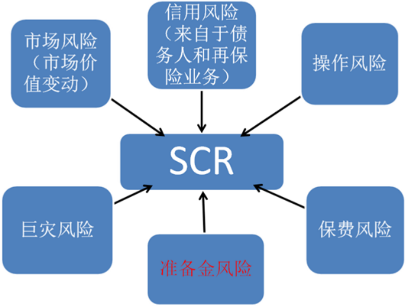
偿付能力资本要求 (SCR) 的估计



欧洲议会第 101 号指令对估计方法进行了规定

- “偿付能力资本要求（SCR）应确保足以应对保险公司或再保险公司所有可量化的风险，就已售出的保单而言，应该涵盖保单非预期风险损失。偿付能力资本要求（SCR）应等于依据保险公司或再保险公司的风险基础资本，计算的 1 年时间内，置信水平为 99.5% 的在险值（Value-at-Risk）”。所以需要建立风险基础资本一年内的模拟分布，然后计算置信水平为 99.5% 的 VaR 值，时间范围界定为一年，精算师们开始从一年期角度考虑各种风险资本。

非寿险保险公司 SCR 应该涵盖如下风险：



Content

传统精算观点下的最终风险

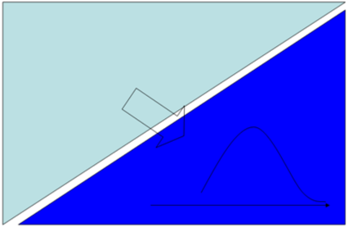
- ⋆ 是基于长期视角，衡量的是提取的准备金不足以应对直到进展完毕时间范围内赔付的风险.
- ⋆ 随机准备金方法估计过程中的不确定性.

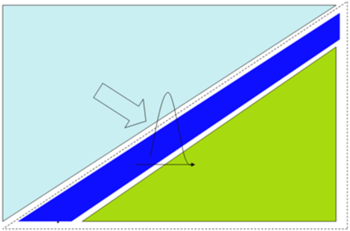
$$ModelError = ParameterError + ProcessError$$

- ⋆ 数理推导；Bootstrap；Bayes MCMC.

偿付能力 II 下的一年期准备金风险 (one year risk)

⋆ 是基于一年期角度，衡量的是提取的准备金不足以应对未来进展 12 个月内赔付的风险。





准备金风险形式化定义

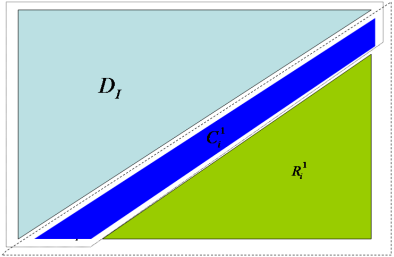
- ⋆ 假设时间 t 跨度为一年，t_0 表示年初，t_1 表示年末。
- ⋆ R^0 表示保险公司在年初时所需预留的准备金（opening reserve）；
- ⋆ C^1 表示保险公司在这一年度可能发生的总赔款；
- ⋆ R^1 表示保险公司在这一年末时所需预留的准备金（closing reserve）
- ⋆ 则在这一年度，赔付进展结果（technical run-off result）可以表示为

$$CDR = R^0 - C^1 - R^1$$

- ⋆ 准备金风险可以通过 CDR 的概率分布来获得。CDR 的概率分布是以 t^0 时刻的全部观测值为条件的条件概率分布。

一年期准备金风险随机模拟算法

- ⋆ Step.1 计算 R^0，采用方法 A 计算准备金。
- ⋆ Step.2 模拟增量赔付 C_i^1.
- ⋆ Step.3 计算 R_i^1.



$$RR_i = C_i^1 + R_i^1 \quad \Rightarrow \quad CDR_i = R^0 - RR_i$$

一年期准备金风险随机模拟算法

- Step.4 计算 CDR, RR

$$CDR_i = R^0 - C_i^1 - R_i^1$$

$$RR_i = C_i^1 + R_i^1$$

- 不断循环 Step2-Step4，至 CDR, RR 形成稳定分布。

Content

3 随机模拟算法

所需数据

accyear \ devyear	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	2709472	2086828	1373262	902270	633120	422288	278132	86070	66002	86710
1	1791958	1682388	1879652	1179850	1080628	878815	642640	650442	447882	NA
2	1519338	694782	523490	451785	252450	77355	47990	18150	NA	NA
3	2183012	1014815	778818	701680	506295	189452	251968	NA	NA	NA
4	3864165	2484822	1567012	1047242	366640	229945	NA	NA	NA	NA
5	2444540	1335810	906415	863665	409018	NA	NA	NA	NA	NA
6	2439000	1592875	983065	688808	NA	NA	NA	NA	NA	NA
7	3525685	2085190	1249468	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
8	3578580	1875010	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
9	3046332	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

采用广义线性模型估计准备金 R^0

- 给定 $\vartheta = (\mu_0, ..., \mu_I; \gamma_0, ..., \gamma_I, \phi)$, 增量赔付 $X_{i,j}$ 为独立随机变量，满足

$$\frac{X_{i,j}}{\phi}|_\vartheta \sim Poisson(\mu_i\gamma_j/\phi)$$

- 与泊松分布的区别：

$$E[X_{i,j}|\vartheta] = \mu_i\gamma_j$$

$$Var(X_{i,j}|\vartheta) = \boxed{\phi\mu_i\gamma_j}$$

采用广义线性模型估计准备金 R^0

- 给定 $\vartheta = (\mu_0, ..., \mu_I; \gamma_0, ..., \gamma_I, \phi)$, 增量赔付 $X_{i,j}$ 为独立随机变量，满足

$$\frac{X_{i,j}}{\phi}|_{\vartheta} \sim Poisson(\mu_i \gamma_j / \phi)$$

- 与泊松分布的区别：

$$E[X_{i,j}|\vartheta] = \mu_i \gamma_j$$

$$Var(X_{i,j}|\vartheta) = \boxed{\phi \mu_i \gamma_j}$$

采用广义线性模型估计准备金 R^0

- 给定 $\vartheta = (\mu_0, ..., \mu_I; \gamma_0, ..., \gamma_I, \phi)$, 增量赔付 $X_{i,j}$ 为独立随机变量，满足

$$\frac{X_{i,j}}{\phi}|_{\vartheta} \sim Poisson(\mu_i \gamma_j / \phi)$$

- 与泊松分布的区别：

$$E[X_{i,j}|\vartheta] = \mu_i \gamma_j$$

$$Var(X_{i,j}|\vartheta) = \boxed{\phi \mu_i \gamma_j}$$

采用广义线性模型估计准备金 R^0

- 事故年水平 μ 的估计值

```
[1]   8644154 10337956  3723493  6051717 10775147  7079976
[7]   7387810 10332029 10487079  9474850
```

- 进展年水平 γ 的估计值

```
[1] 0.32152 0.19851 0.14396 0.10806 0.06968 0.04548 0.04245
[8] 0.03324 0.02707 0.01003
```

- 散布参数 ϕ 估计值

```
[1] 92137
```

采用广义线性模型估计准备金 R^0

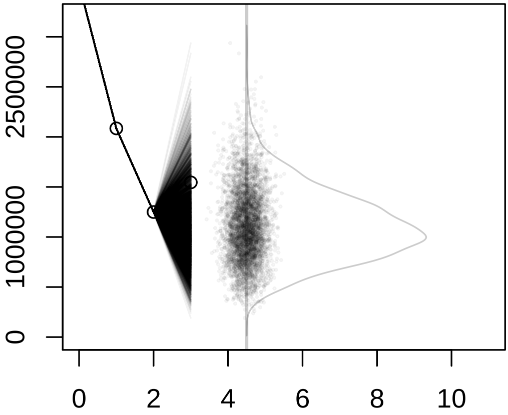
⋆ 各个事故年准备金

	Latest	Ultimate	IBNR
0	8644154	8644154	0
1	10234255	10337956	103701
2	3585340	3723493	138153
3	5626040	6051717	425677
4	9559826	10775147	1215321
5	5959448	7079976	1120528
6	5703748	7387810	1684062
7	6860343	10332029	3471686
8	5453590	10487079	5033489
9	3046332	9474850	6428518

⋆ 总准备金 R^0

```
[1] 19621134
```

模拟增量赔付，$X_{7,3}$



模拟增量赔付

- ⋆ 按照模型的假设进行增量的模拟，模拟次数为 5000.
- ⋆ 以第五次模拟为例，获得的新对角线为：

```
[1]    2735  117244  587872  615959   26319  284805 1656896 1655733 2061464
```

- ⋆ $C^1_{(5)}$ 为新对角线上模拟得到的增量赔付之和

```
[1] 7009028
```

- ⋆ 添加到流量三角形中获得新的流量三角形

```
       devyear
accyear       0       1       2       3       4      5      6      7      8     9
      0 2709472 2086828 1373262  902270  633120 422288 278132  86070  66002 86710
      1 1791958 1682388 1879652 1179850 1080628 878815 642640 650442 447882  2735
      2 1519338  694782  523490  451785  252450  77355  47990  18150 117244    NA
      3 2183012 1014815  778818  701680  506295 189452 251968 587872     NA    NA
      4 3864165 2484822 1567012 1047242  366640 229945 615959     NA     NA    NA
      5 2444540 1335810  906415  863665  409018  26319     NA     NA     NA    NA
      6 2439000 1592875  983065  688808  284805     NA     NA     NA     NA    NA
      7 3525685 2085190 1249468 1656896      NA     NA     NA     NA     NA    NA
      8 3578580 1875010 1655733      NA      NA     NA     NA     NA     NA    NA
      9 3046332 2061464      NA      NA      NA     NA     NA     NA     NA    NA
```

计算 R^1

⋆ 根据第五次模拟，对未来赔付的预测

```
        devyear
accyear       0       1       2       3       4      5      6      7      8     9
      0 2709472 2086828 1373262  902270  633120 422288 278132  86070  66002 86710
      1 1791958 1682388 1879652 1179850 1080628 878815 642640 650442 447882  2735
      2 1519338  694782  523490  451785  252450  77355  47990  18150 117244    NA
      3 2183012 1014815  778818  701680  506295 189452 251968 587872     NA    NA
      4 3864165 2484822 1567012 1047242  366640 229945 615959     NA     NA    NA
      5 2444540 1335810  906415  863665  409018  26319     NA     NA     NA    NA
      6 2439000 1592875  983065  688808  284805     NA     NA     NA     NA    NA
      7 3525685 2085190 1249468 1656896      NA     NA     NA     NA     NA    NA
      8 3578580 1875010 1655733      NA      NA     NA     NA     NA     NA    NA
      9 3046332 2061464      NA      NA      NA     NA     NA     NA     NA    NA
```

⋆ $R^1_{(5)}$ 的估计值 (GLM)

```
[1] 14245581
```

CDR, RR 的计算

- 按照公式 $CDR_{(5)} = R^0 - C^1_{(5)} - R^1_{(5)}$ 计算
- 算得 $CDR_{(5)}$ 值为

```
[1] -1633475
```

- 按照公式 $RR_{(5)} = C^1 + R^1_{(5)}$
- 算得 $RR_{(5)}$ 值为

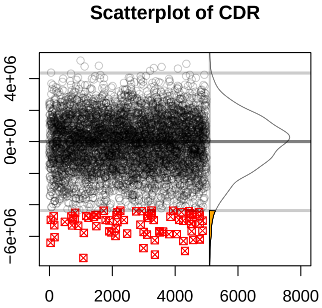
```
[1] 21254608
```

CDR 统计分析

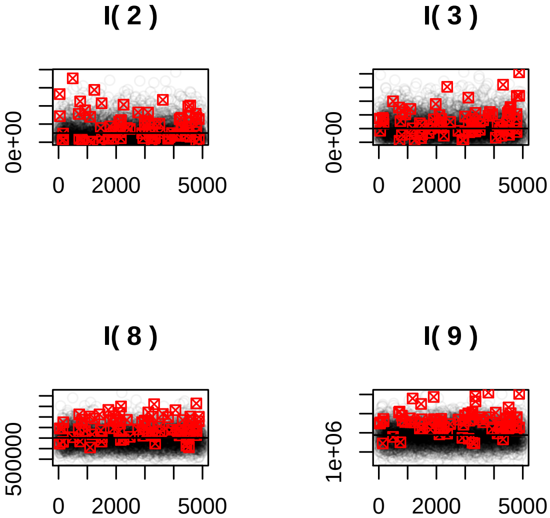
- *CDR* 描述性统计分析

```
    Min.  1st Qu.   Median     Mean  3rd Qu.     Max.
-7380000 -1300000   -38300  -163000  1060000  5150000
```

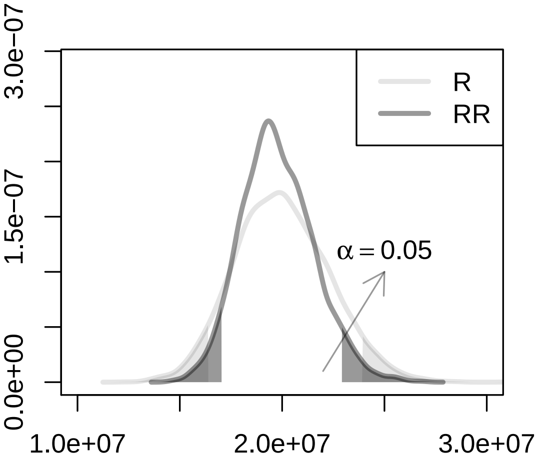
- *CDR* 图形展示



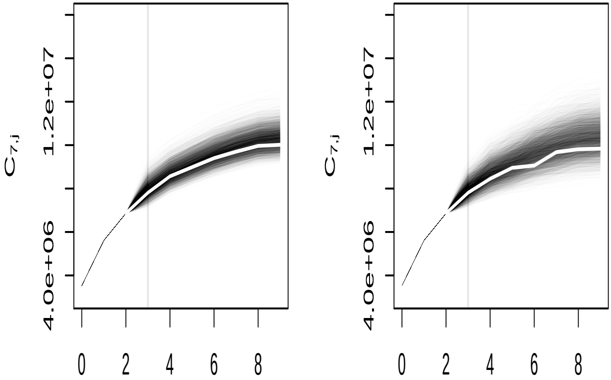
CDR 统计分析


I(2)
I(3)
0e+00
0e+00
0
2000
5000
0
2000
5000
I(8)
I(9)
500000
1e+06
0
2000
5000
0
2000
5000

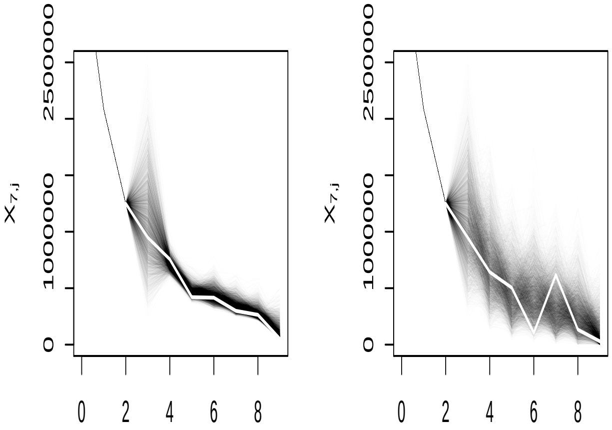
RR 与 *R* 统计分析



RR 与 *R* 统计分析



RR 与 *R* 统计分析



参考文献

- Esbjorn Ohlsson ,Lauzeningks. The one-year non-life insurance risk. Insurance: Mathematics and Economics, 2009, vol. 45, issue 2, pages 203-208
- Peter England.EMB, Reserving Risk and Solvency II.2010.11.
- England, P and Verrall, R (1999). Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving,Insurance: Mathematics and Economics 25, pp281-293.