

非寿险一年期准备  
金风险的度量  
研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风  
险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性:  
贝叶斯对数正态  
模型

贝叶斯对数正态模  
型

估计 CDR 的  
MSEP

模拟 CDR 的预测分  
布

实证研究

数据来源

数值结果

# 非寿险一年期准备金风险的度量研究

刘乐平 高磊

天津财经大学统计系

2014 年 7 月 16 日

# 目录

非寿险一年期准备金风险的度量研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性: 贝叶斯对数正态模型

贝叶斯对数正态模型

估计 CDR 的 MSEF

模拟 CDR 的预测分布

实证研究

数据来源

数值结果

## 1 一年期准备金风险

## 2 CDR 的波动性: 贝叶斯对数正态模型

## 3 实证研究

# 目录

非寿险一年期准备金风险的度量研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性:  
贝叶斯对数正态模型

贝叶斯对数正态模型

估计 CDR 的  
MSEP

模拟 CDR 的预测分布

实证研究

数据来源

数值结果

- 1 一年期准备金风险
  - 直观实例
  - 描述工具: CDR
  - 度量 CDR 波动性

# 随机性准备金评估：度量最终赔款的不确定性

非寿险一年期准备金风险的度量研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性: 贝叶斯对数正态模型

贝叶斯对数正态模型

估计 CDR 的 MSE

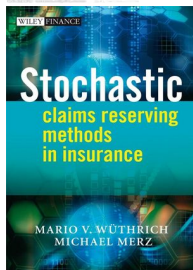
模拟 CDR 的预测分布

实证研究

数据来源

数值结果

- 未决赔款的预测均方误差 (Mack,1993)⇒
- 未决赔款的预测分布 (England,1999, 2002, 2006)⇒
- 随机性准备金评估模型 (Wüthrich & Merz,2008; 张连增,2008)



# 一年期准备金风险：一个直观实例

非寿险一年期准备金风险的度量研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性: 贝叶斯对数正态模型

贝叶斯对数正态模型

估计 CDR 的 MSEF

模拟 CDR 的预测分布

实证研究

数据来源

数值结果

一年时段内的索赔进展结果 (来源: Robbin,2012)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
未决赔款准备金(年初)	当年增量赔款			未决赔款准备金(年末)	未决赔款回溯估计: (4) + (5)	年初估计与回溯估计差距 (1) - (5)
	情景	概率	赔款			
¥100	A	25%	5	70	75	25
¥100	B	25%	15	80	95	5
¥100	C	25%	20	85	105	-5
¥100	D	25%	30	95	125	-25
标准差						18

# 一年期准备金风险描述工具：索赔进展结果（CDR）

非寿险一年期准备金风险的度量研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风险

直观实例

描述工具：CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性：  
贝叶斯对数正态模型

贝叶斯对数正态模型

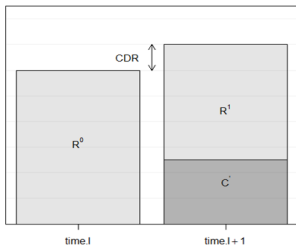
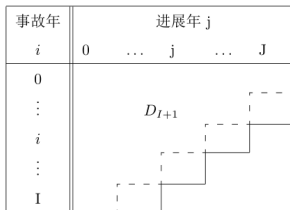
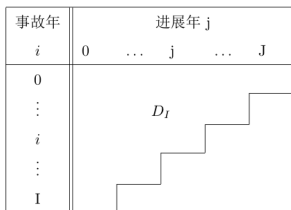
估计 CDR 的  
MSEP

模拟 CDR 的预测分布

实证研究

数据来源

数值结果



$$CDR = R^0 - C' - R^1$$

“年末义务” (Felice & Morconi, 2006);

“索赔进展结果” (Merz & Wüthrich, 2007)

“一年流量结果” (Ohlsson & Lauzenings, 2009);

“一年恶化” (Robert, 2013)。

# CDR 的预测均方误差与预测分布

非寿险一年期准备金风险的度量研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性:  
贝叶斯对数正态模型

贝叶斯对数正态模型

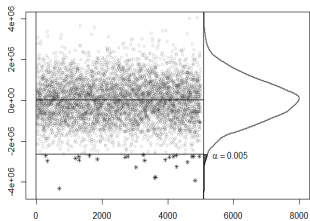
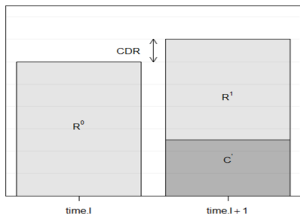
估计 CDR 的 MSEF

模拟 CDR 的预测分布

实证研究

数据来源

数值结果



$$\begin{aligned}msef_{CDR_i(J+1)|D_J} &= E[(CDR_i(J+1) - 0)^2 | D_J] \\ &= Var(CDR_i(J+1) | D_J) \\ &= Var(E[P_{i,J} | D_{J+1}] | D_J)\end{aligned}$$



非寿险一年期准  
备金风险的度量  
研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风  
险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性:  
贝叶斯对数正态  
模型

贝叶斯对数正态模  
型

估计 CDR 的  
MSEP

模拟 CDR 的预测分  
布

实证研究

数据来源

数值结果

## 2 CDR 的波动性：贝叶斯对数正态模型

- 贝叶斯对数正态模型
- 估计 CDR 的 MSEP
- 模拟 CDR 的预测分布



# 准备金评估：贝叶斯对数正态模型

非寿险一年期准备金风险的度量研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风险

直观实例

描述工具：CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性：  
贝叶斯对数正态模型

贝叶斯对数正态模型

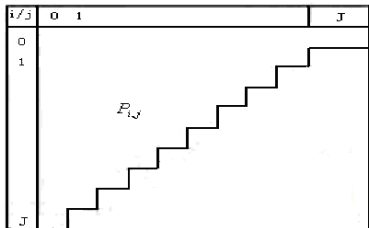
估计 CDR 的  
MSEP

模拟 CDR 的预测分布

实证研究

数据来源

数值结果



贝叶斯对数正态模型 (Hertig,1985;  
Gogol,1993):

- 累计赔款进展因子对数化后服从正态分布:

$$\varepsilon_{i,j} = \log\left(\frac{P_{i,j}}{P_{i,j-1}}\right) \sim N(\Phi_j, \sigma_j^2)$$

- 均值向量相互独立，并且有各自的先验分布:

$$\Phi_j \sim N(\phi_j, s_j^2)$$

# CDR 预测均方误差的估计

非寿险一年期准备  
金风险的度量  
研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风  
险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性:  
贝叶斯对数正态  
模型

贝叶斯对数正态  
模型

估计 CDR 的  
MSEP

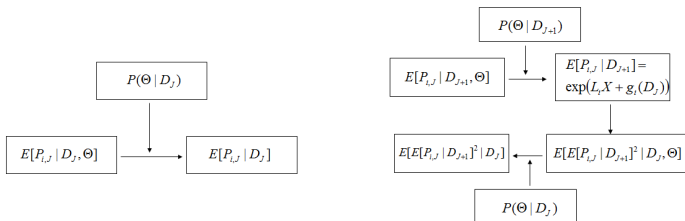
模拟 CDR 的预测分  
布

实证研究

数据来源

数值结果

$$\begin{aligned}mseP_{CDR_t(J+1)|D_J} &= Var(E[P_{i,J}|D_{J+1}]|D_J) \\ &= E[E[P_{i,J}|D_{J+1}]^2 | D_J] - E[E[P_{i,J}|D_{J+1}]|D_J]^2 \\ &= E[E[P_{i,J}|D_{J+1}]^2 | D_J] - E[P_{i,J}|D_J]^2\end{aligned}$$



# CDR 预测分布的随机模拟

非寿险一年期准备金风险的度量研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性: 贝叶斯对数正态模型

贝叶斯对数正态模型

估计 CDR 的 MSEF

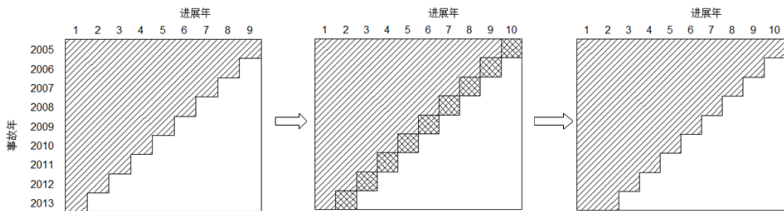
模拟 CDR 的预测分布

实证研究

数据来源

数值结果

## ■ Re-reserving(Ohlsson & Lauzeningsks, 2009)



$$CDR = R^0 - C - R^1$$

# 目录

非寿险一年期准备  
金风险的度量  
研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风  
险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性:  
贝叶斯对数正态  
模型

贝叶斯对数正态模  
型

估计 CDR 的  
MSEP

模拟 CDR 的预测分  
布

实证研究

数据来源

数值结果

## 3 实证研究

- 数据来源
- 数值结果

# 累计赔款数据

非寿险一年期准备  
金风险的度量  
研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风  
险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性:  
贝叶斯对数正态  
模型

贝叶斯对数正态模  
型

估计 CDR 的  
MSEP

模拟 CDR 的预测分  
布

实证研究

数据来源

数值结果

累积赔款数据 (Dahms, 2008)

$i/j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1216632	1347072	1786877	2281606	2656224	2909307	3283388	3587549	3754403	3921258
1	798924	1051912	1215785	1349939	1655312	1926210	2132833	2287311	2567056	
2	1115636	1387387	1930867	2177002	2513171	2931930	3047368	3182511		
3	1052161	1321206	1700132	1971303	2298349	2645113	3003425			
4	808864	1029523	1229626	1590338	1842662	2150351				
5	1016862	1251420	1698052	2105143	2385339					
6	948312	1108791	1315524	1487577						
7	917530	1082426	1484405							
8	1001238	1376124								
9	841930									

# CDR 的预测均方误差

CDR 的预测均方误差 (单位: 千元)

事故年 <sup>o</sup>	贝叶斯对数正态模型 <sup>o</sup>		Mack 模型 (解析) <sup>o</sup>
	解析方法 <sup>o</sup>	模拟方法 <sup>o</sup>	
1 <sup>o</sup>	86.1929 <sup>o</sup>	86.2517	89.4229 <sup>o</sup>
2 <sup>o</sup>	226.4332 <sup>o</sup>	227.8708	207.2375 <sup>o</sup>
3 <sup>o</sup>	134.1763 <sup>o</sup>	134.8333	122.1339 <sup>o</sup>
4 <sup>o</sup>	151.2206 <sup>o</sup>	150.6056	156.4886 <sup>o</sup>
5 <sup>o</sup>	149.9628 <sup>o</sup>	149.3736	137.4372 <sup>o</sup>
6 <sup>o</sup>	107.8908 <sup>o</sup>	107.3402	98.5370 <sup>o</sup>
7 <sup>o</sup>	236.1619 <sup>o</sup>	238.5702	226.7806 <sup>o</sup>
8 <sup>o</sup>	315.3016 <sup>o</sup>	310.4466	279.0844 <sup>o</sup>
9 <sup>o</sup>	216.3975 <sup>o</sup>	216.9789 <sup>o</sup>	225.8500 <sup>o</sup>
总计 <sup>o</sup>	1049.2157 <sup>o</sup>	1037.9711	940.5805 <sup>o</sup>

- Mack 模型下 CDR 预测均方误差推导 (Merz and Wüthrich, 2007, 2008a, 2008b)。

# CDR 的预测分布

非寿险一年期准备金风险的度量研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性: 贝叶斯对数正态模型

贝叶斯对数正态模型

估计 CDR 的 MSEF

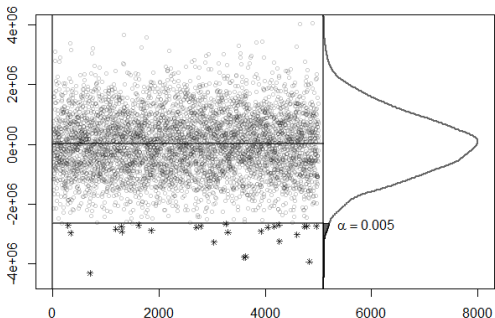
模拟 CDR 的预测分布

实证研究

数据来源

数值结果

CDR的预测分布



CDR 经验分布的统计特征

最小值	0.005 分位数	均值	标准差	最大值
-4324.0849	-2667.6315	1.9393	1037.9711	4064.0134

# 参考文献

非寿险一年期准  
备金风险的度量  
研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风  
险

百观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性:  
贝叶斯对数正态  
模型

贝叶斯对数正态模  
型

估计 CDR 的  
MSEP

模拟 CDR 的预测分  
布

实证研究

数据来源

数值结果

- 1 Ohlsson E, Lauzenings J. The one-year non-life insurance risk[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2009, 45(2): 203-208.
- 2 Wüthrich M V, Merz M, Lysenko N. Uncertainty of the claims development result in the chain ladder method[J]. Scandinavian Actuarial Journal, 2009, 2009(1): 63-84.
- 3 Merz M, Wüthrich M V. Paid-incurred chain claims reserving method[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2010, 46(3): 568-579.
- 4 England P. Solvency II: reserving risk, risk margins and technical provisions[C]. Casualty Loss Reserve Seminar, Las Vegas, 2011—09—15.
- 5 Happ S, Merz M, Wüthrich M V. Claims development result in the paid-incurred chain reserving method[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2012, 51(1): 66-72.



非寿险一年期准备  
金风险的度量  
研究

刘乐平, 高磊

一年期准备金风  
险

直观实例

描述工具: CDR

度量 CDR 波动性

CDR 的波动性:  
贝叶斯对数正态  
模型

贝叶斯对数正态模  
型

估计 CDR 的  
MSEP

模拟 CDR 的预测分  
布

实证研究

数据来源

数值结果

谢谢大家!  
A/Q?